EXERCICE N°3 : 5 points 30 '

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \sqrt{\frac{1}{2}(1 + x^2)}$.

1) a. Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et déterminer f '(x).

b. Montrer que pour tout $x \in]0,1]$ on a : $|f'(x)| \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$.

2) Soit (U_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$.

a. Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$; $0 \leq U_n \leq 1$.

b. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$; $|U_{n+1} - 1| \leq \frac{1}{\sqrt{2}} |U_n - 1|$.

c. En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}$; $|U_n - 1| \leq \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^n$.

d. Déterminer alors $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$.

EXERCICE N°4 : 7 points 40 '

Soit f la fonction définie sur I =]0 , 4[par : $f(x) = \frac{x - 2}{\sqrt{4x - x^2}}$

C_f désigne la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) a) Calculer $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to 4^-} f(x)$ .Interpréter graphiquement les résultats obtenues.

b) Montrer que f est dérivable sur I et vérifier que $f'(x) = \frac{4}{\sqrt{4x - x^2}^3}$.

c) Dresser le tableau de variation de f.

2) a) Vérifier que le point A(2 , 0) est un centre de symétrie pour C_f .

b) Déterminer l'équation de la tangente T à C_f au point A.

c) Tracer C_f et T.

3) a) Justifier que f admet une infinité de primitive F définie sur I.

b) Déterminer la fonction primitive F_1 de f et qui s'annule en 2.

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn
Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn

Tous droits réservés © TakiAcademy.com